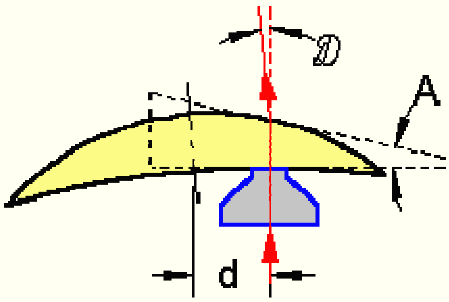
Prisme et décentrement

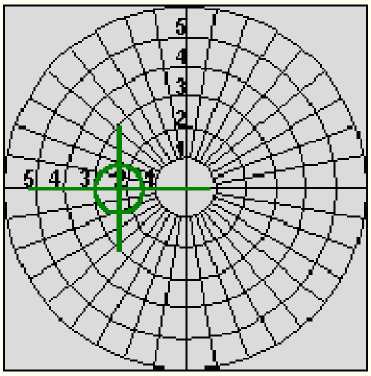
Prism and decentration

le 20/04/2008

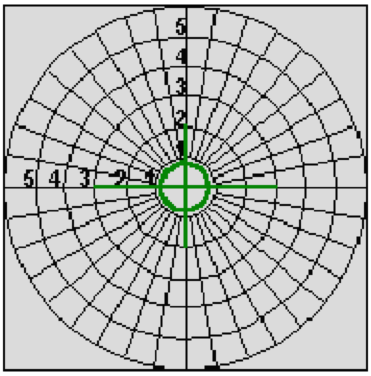
Centre Optique et Règle de PRENTICE :

Si on pose le bord d'un verre convexe sur le nez d'un frontofocomètre, on fait apparaître un effet prismatique dirigé dans la direction du centre du verre. La décomposition d'un verre en prismes empilés, permet d'expliquer ce phénomène.





Si on déplace le verre sur le nez du frontofocomètre, on remarque qu'avec un verre convexe, le réticule du fronto se déplace dans la même direction que le verre alors qu'avec un verre concave, le réticule part dans la direction opposée au verre. Ce qui est logique puisque le réticule suit la base du prisme.



Il existe un généralement, point du verre ou le réticule du frontofocomètre est au centre de l'écran. Par **définition**, on appelle ce point le **Centre Optique** du verre.

Le centre optique d'un verre est donc l'endroit du verre où les rayons lumineux ne sont pas déviés.

Le centre optique n'est pas toujours placé au centre géométrique du verre. Dans certains cas, le centre optique peut même être en dehors du verre.

On remarque aussi, que plus le verre a une puissance dioptrique élevée, plus le réticule du front se déplace vite sur l'écran. Il existe donc une relation entre la distance par rapport au centre optique, la puissance du verre et l'effet prismatique obtenu. Cette relation est appelée « **Règle de PRENTICE** » et s'énonce ainsi :

Soit un verre de puissance dioptrique **D**, à une distance **d** (en millimètres) du centre optique, on obtient le prisme **P** par :

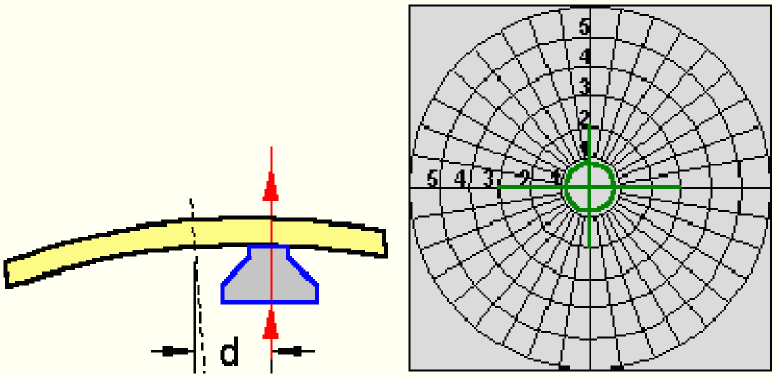
$P = \frac{D * d}{10}$	**Exemple :** Soit un verre de puissance **D = 2.25** dioptries. A une distance **d = 4mm** du centre optique, on obtient un effet prismatique : **P = 2.25 * 4 / 10 = 0.9**Δ

Dans l'autre sens, la règle de PRENTICE permet de déterminer la distance **d** du centre optique à laquelle on obtient un certain prisme **P** par :

$d = \frac{P}{D} * 10$	**Exemple :** Soit un verre de puissance **D = -5.00** dioptries. On obtient un prisme **P = 3.50**Δ à une distance : **d = 3.50 / -5.00 * 10 = -7mm** Le signe négatif indique simplement que le centre optique est dans la direction opposé à la base du prisme.

Cas du verre PLAN :

Si on déplace un verre Plan sur le nez d'un frontofocomètre, le réticule ne se déplace pratiquement pas. Cela s'explique car les deux surfaces d'un verre Plan étant toujours parallèles, il n'y a aucun effet prismatique.



Si on reprend la règle de PRENTICE (**P = D * d / 10**), pour un verre est plan, **D = 0** donc **P = 0** quelque soit la distance **d**. La règle ne peut pas être utilisée dans l'autre sens (**d** = **P / D** * **10**) car on ne peut pas diviser par zéro. Cela veut dire que le moindre prisme sur un verre plan, rejetterait le centre optique à l'infini, hors du verre.

<u>Conclusions</u> :

- La règle de PRENTICE montre qu'il n'y a pas de variation prismatique sur un verre plan. Cela veut dire que si un verre plan est prismatique, on trouve la même valeur de prisme sur toute la surface du verre.
- Un verre plan n'a pas de centre optique, tous les points de la surface peuvent être des centres optiques.
- Dans le cas de verre torique dont l'un des deux axes a une puissance nulle Ex : **Plan (+1.25)** ou **–250 (+2.50)**, on observe les même phénomènes dans l'axe où la puissance est nulle.

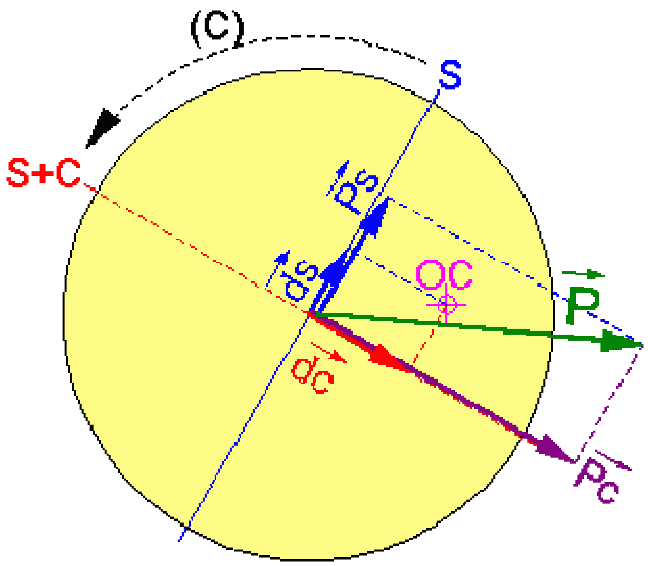
Nota :

La règle de PRENTICE n'est qu'une approximation, dont la précision est largement suffisante pour la grande majorité des cas. Cependant, dans le cas de verres de faible puissance (proche du verre PLAN), il est préférable d'utiliser d'autres formules plus précises (mais plus compliquées). Donald B. Whitney d'American Optical en donne une démonstration dans le document : **PRENTICE'S RULE**

Cas du verre torique :

La règle de PRENTICE s'applique aussi dans le cas des verres toriques. Le principe consiste à appliquer la règle de PRENTICE sur chaque méridien de puissance (Sphère et Sphère + Cylindre).

OC: Position du centre optique
S: Méridien correspondant à la puissance de la sphère.
S+C: Méridien correspondant à la puissance Sphère + Cylindre.
ds: Décentrement dans le méridien **S**.
dc: Décentrement dans le méridien **S+C**.
Ps: Prisme dans le méridien **S** calculé par la règle de PRENTICE **Ps = S * ds / 10**.
Pc: Prisme dans le méridien **S+C** calculé par la règle de PRENTICE **Ps = (S+C) * dc / 10**.
P: Prisme résultant (somme vectorielle de Ps et Pc).



<u>Important</u> :
Dans le cas des verres toriques, il faut surtout retenir que le prisme résultant peut être dans une direction totalement différente de celle du centre optique, il n'est pas possible de le déduire intuitivement, seul le calcul permet de le positionner.

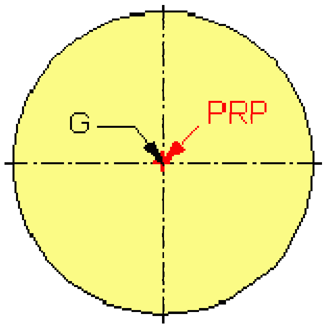
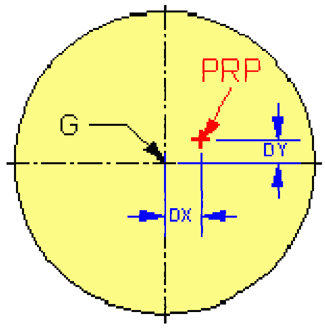
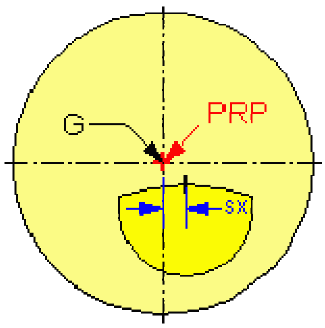
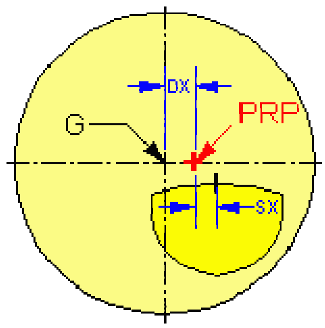
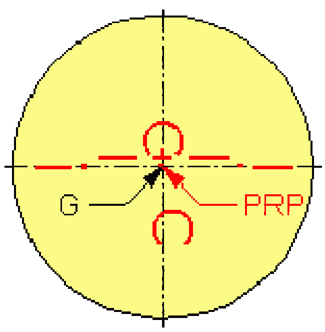
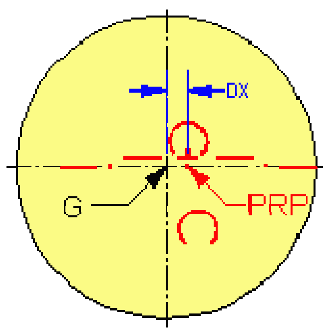
Définition du PRP et du décentrement:

Le **PRP** est le **P**oint de **R**éférence du **P**risme (**P**rism **R**eference **P**oint en anglais), c'est à dire, l'endroit sur le verre où on doit placer (et donc trouver) le prisme prescrit et le prisme d'allègement.

ATTENTION : Ne pas confondre **PRP** avec le Centre Optique. Par définition, il n'y a JAMAIS de prisme au centre optique, alors qu'il peut parfaitement y en avoir au **PRP**.

Définitions :

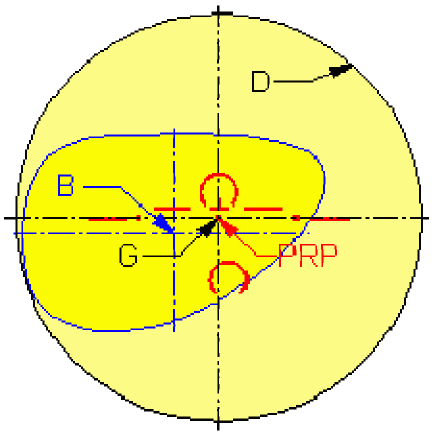
- Un verre est dit **Centré** si son **PRP** est situé au centre **géométrique** du verre.
- Un verre est dit **Décentré** si son **PRP** n'est pas situé au centre **géométrique** du verre.
- Un verre non prismatique, est un verre dont le PRP est confondu avec le centre optique. Son prisme au **PRP** **doit** être égal à **zéro**. En d'autres termes, un prisme nul n'est rien d'autre qu'une valeur particulière de prisme.

Type de verre	**Verre centré**	**Verre décentré**
Unifocaux	 Le **PRP** est au centre géométrique.	 Le client peut demander un décentrement **DX** et **DY**.
Multifocaux	 Le **PRP** est au centre géométrique et le segment est décalé vers le nez d'une valeur **SX** appelée **Inset**, qui correspond à l'angle de convergence des yeux en vision de près.	 Le décentrement est déjà prévu sur le semi-fini car le segment doit être plus loin du centre géométrique. Le **PRP** doit être décentré pour conserver le décalage **SX** (**Inset**) du segment.
Progressifs	 Le **PRP** est situé sous la croix de centrage, au centre géométrique du verre. Le prisme d'allègement est toujours placé au **PRP**.	 Le décentrement est déjà prévu sur le semi-fini car il faut décentrer toute la géométrie de la surface frontale.

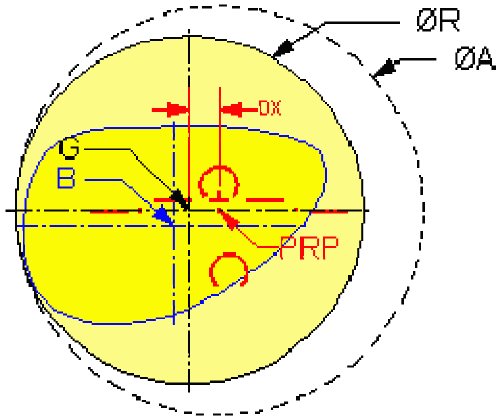
But du décentrement :

Lorsque l'on regarde un verre une fois monté dans une monture, on s'aperçoit que la pupille n'est pas au centre du calibre mais généralement située au-dessus de l'axe boxing et décalé vers le nez. L'utilisation de verres décentrés, permet de réduire le diamètre nécessaire pour monter le verre dans la monture.

Le schéma ci-dessous permet de comparer le même montage, réalisé avec un verre centré et un verre décentré.



En utilisant un verre centré, pour cette position de montage, il faut un verre de diamètre **D** minimum.



Le même montage réalisé avec un verre décentré d'une valeur **DX**, ne nécessite qu'un diamètre **ØR** appelé diamètre réel. Le diamètre **ØA** s'appelle diamètre apparent (ou diamètre utile).

Lorsque l'on décentre un verre d'une valeur **DX**, on augmente le diamètre utile du double du décentrement.
On a donc :

ØA = ØR + (DX * 2)

<u>Exemple</u> :
Un verre de diamètre réel **ØR=65**, avec un décentrement **DX=2.5mm**, possède un diamètre utile **ØA = 65 + 2.5 * 2 = 70mm**.

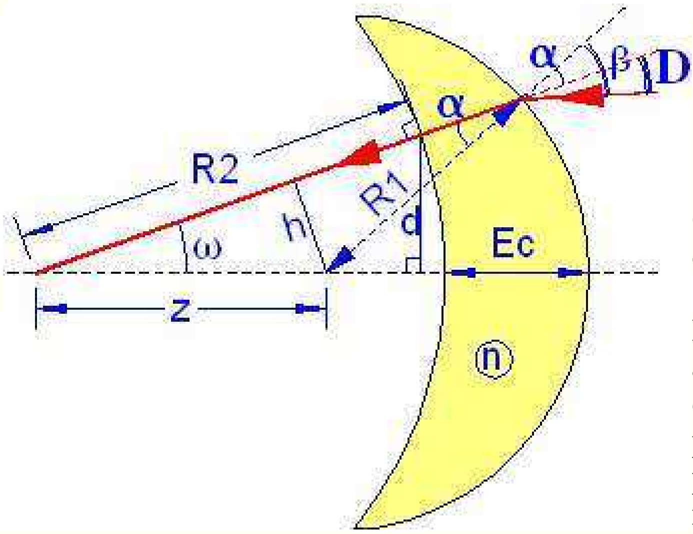
Dans le cas de verres multifocaux ou progressifs décentrés, on indique les deux diamètres (diamètre réel et diamètre utile) séparés par un « **/** ». (Ex : **Ø65/70**). A l'inverse, lorsqu'un seul diamètre est indiqué, il s'agit d'un verre centré (Ex : **Ø70**).
A partir des deux diamètres, on peut déduire le décentrement par :

DX = (ØA – ØR) / 2

<u>Exemple</u> :
Un progressif **Ø75/85** est un verre décentré de **DX = (85 – 75) / 2 = 5mm**.

Calcul précis du prisme correspondant à un décentrement :

Le prisme permettant de positionner le **PRP** à la coordonnée (**Dx**, **Dy**) par rapport au point de glantage **G**. Il s'agit ici de traduire le décentrement en effet prismatique. La formule de PRENTICE bien connue : **Prisme (cm/m) = Puissance (δ) * Décentrement (cm)** est une approximation mal adaptée à certains cas comme les verres à faible puissance et base cambrée. Voici le calcul proposé par Donald B. Whitney d'American Optical.



Soit un verre dont on connait :

- **R1** : Rayon de la face frontale
- **R2** : Rayon de la face arrière
- **Ec** : Épaisseur au centre
- **n** : Indice de réfraction

On recherche la déviation prismatique **D** correspondant au décentrement **d**

En lunetterie, comme il est difficile de savoir avec précision la position du verre devant l'oeil et que l'on est dans le cas d'angles faibles, on peut se placer dans un cas simple à résoudre. La précision obtenue est largement suffisante pour notre application en lunetterie.

On choisit donc le cas où le rayon émergeant passe par le centre de courbure de la face frontale.

On a : **Z = R2 - R1 + Ec**

$$\mathrm{Sin}(\omega) = \frac{H}{Z} = \frac{d}{R2} \quad \text{et} \quad \mathrm{Sin}(\alpha) = \frac{h}{R1} = \frac{Z * \mathrm{Sin}(\omega)}{R1}$$

La loi de Descartes donne **Sin(β) = n Sin(α)**

$$\text{d'où } \beta = \mathrm{Arcsin}\left(n * \frac{Z * d}{R1 * R2} \right)$$

Et pour finir on trouve :

$$D = \beta - \alpha$$

L'effet prismatique **P** (cm/m) se déduit ensuite de la déviation prismatique par la formule vue précédemment :

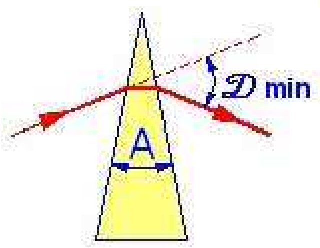
P = 100 * tan(D)

Pour un verre torique, on applique ce calcul en projetant le décentrement sur chaque méridien de puissance pour obtenir l'effet prismatique sur chacun de ces méridiens. Dans le cas d'un verre progressif, on considère le rayon de la face frontale comme sphérique sur la portion du décentrement.

Calcul de l’inclinaison des surfaces correspondant à un prisme

Le but est de calculer l'angle **A** au sommet du prisme à partir de l'effet prismatique **P** (cm/m) souhaité. Le calcul de la déviation prismatique **D** est simple et découle de la définition en lunetterie de l’effet prismatique **P** par :

$$D = \arctan\left(\frac{P}{100}\right)$$



Comme nous sommes dans le cas de prisme d’angles petits (inférieurs à 10°), on peut considérer le calcul au minimum de déviation (Dmin) et utiliser la formule d'optique :

$$\sin\left(\frac{D_{min} + A}{2}\right) = n * \sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

Sachant que **sin(a+b) = cos(a).sin(b) + sin(a).cos(b)**, on trouve :

$$\cos\left(\frac{A}{2}\right) * \sin\left(\frac{D_{min}}{2}\right) + \sin\left(\frac{A}{2}\right) * \cos\left(\frac{D_{min}}{2}\right) = n * \sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

D’où on tire :

$$\tan\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{D_{min}}{2}\right)}{n - \cos\left(\frac{D_{min}}{2}\right)}$$

Au final, si on se considère au minimum de déviation du prisme, (Dmin = D), on obtient la pente **A** entre les deux surfaces correspondant au prisme **P** par :

$$A = 2 * \arctan\left[\frac{\sin\left(\frac{D}{2}\right)}{n - \cos\left(\frac{D}{2}\right)}\right]$$